

MODEL MATEMATIKA DIMENSI SUNGAI PEMALI TERHADAP VOLUME CURAH HUJAN SEBAGAI PENANGANAN BANJIR DI WILAYAH BREBES

Soebyakto¹, Mustaqim², M. Fajar Sidiq³, Teguh Haris⁴, Muh. Yusuf⁵, Wemeintoro⁶,
Nadia Safhira⁷

^{1,2,3}Prodi Teknik Mesin, Universitas Pancasakti Tegal

^{4,5,6,7}Prodi Teknik Sipil, Universitas Pancasakti Tegal

Email : soebyakto2020@gmail.com

ABSTRAK

Menentukan suatu model matematika untuk mendapatkan volume sungai Pemali sebagai daya tampung curah hujan yang ada disekitar wilayah Kabupaten Brebes. Ini diperlukan untuk memperoleh dimensi sungai Pemali yang cukup atau sangat cukup dalam menampung volume curah hujan di wilayah Brebes. Dimensi sungai Pemali memiliki variable lebar (y), variable kedalaman (z), dan variable panjang sungai (x). Dari masalah ini, tentu bertanya-tanya berapa lebar, kedalaman, dan panjang sungai sehingga volume sungai dapat menampung volume air hujan yang sering terjadi di wilayah Brebes? Panjang sungai pemali telah diketahui $x = 125$ km dan tinggi wilayah lokasi dimana sungai mengalir juga telah diketahui. Permasalahan berikutnya, ada beberapa lokasi sungai Pemali yang kanan-kirinya dihuni oleh warga Kabupaten Brebes, sehingga tidak mungkin melakukan pelebaran sungai tanpa ganti rugi tanah warga setempat. Penentuan titik-titik model dimensi volume sungai hanya dapat dilakukan di daerah aliran sungai yang disekitarnya tidak padat penduduk atau tanah kosong. Dalam penelitian ini, model matematika dimensi sungai Pemali, penampang vertical sungai berbentuk trapezium dan potongan penampang horizontal berbentuk empat persegi panjang. Ukuran potongan sungai disesuaikan dengan jumlah volume air hujan yang jatuh di wilayah daerah aliran sungai. Penanganan model matematika dimensi sungai berbentuk diskrit. Sebutulnya secara integral dapat dilakukan, akan tetapi membutuhkan titik-titik pengamatan sepanjang sungai cukup banyak. Tujuan penelitian ini untuk mendapatkan model matematika dimensi Sungai Pemali terhadap volume air hujan dengan cara mengoptimalkan fungsi yang didapat dari data sungai dan curah hujan yang sudah tersedia.

Kata Kunci: dimensi sungai, volume sungai, daya tampung sungai, volume air hujan, model matematika, mengoptimalkan fungsi.

PENDAHULUAN

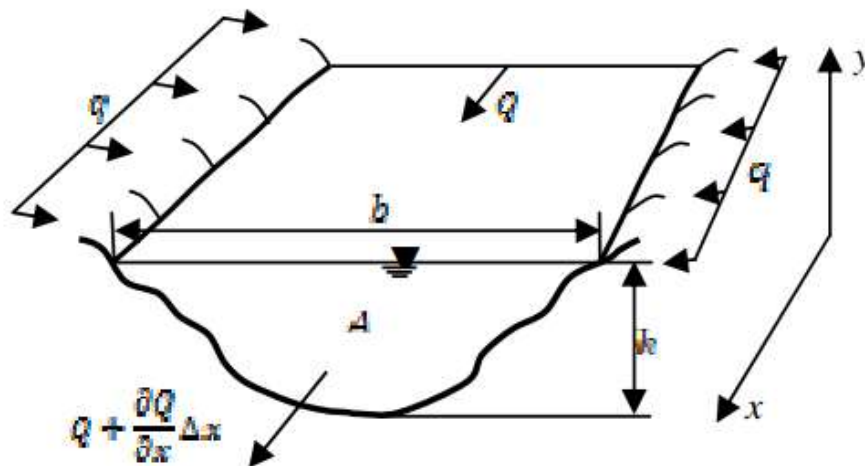
Banjir merupakan suatu kejadian yang ditandai dengan naiknya permukaan air melebihi volume daya tampung air sungai atau saluran air. Banjir merupakan peristiwa dengan daratan yang biasanya kering (bukan daerah rawan) menjadi tergenang oleh air, hal ini disebabkan oleh curah hujan yang tinggi dan kondisi topografi wilayah berupa daratan rendah hingga cekung. Selain itu, terjadinya banjir juga dapat disebabkan oleh limpasan air permukaan (runoff) yang meluap volumenya melebihi kapasitas pengaliran sistem pengaliran air atau sistem aliran sungai. Volume aliran air sungai yang sudah ada ditambah dengan volume air hujan dari sekitar daerah aliran sungai, tidak dapat tertampung dalam daya tampung sungai. Permasalahan ini yang akan dibahas dan dicari penyelesaiannya dengan model matematika tiga dimensi atau dalam ruang sumbu xyz . Volume sungai didekati sebagai bentuk prisma trapezium. Curah hujan yang jatuh di sekitar daerah aliran sungai dicari debit aliran sehingga

diperoleh volume aliran air hujan. Jumlah aliran air hujan ini harus dapat tertampung secara keseluruhannya ke aliran sungai yang tersedia. Untuk itu dibuat suatu model matematika dimana dimensi sungai memiliki volume yang besarnya sama dengan volume dari debit aliran air hujan disekitar daerah aliran sungai. Persoalan akan bertambah manakala dataran sekitar aliran sungai lebih rendah dari tanggul sungai yang dibuat. Untuk permasalahan semacam ini, maka diperlukan pompa air dari dataran rendah ke tempat penampungan air sungai dengan debit aliran pompa sama dengan debit aliran air hujan. Tujuan penelitian ini adalah menentukan berapa lebar, kedalaman optimal dari panjang sungai yang telah diketahui sehingga membentuk volume penampungan air hujan di sekitar daerah aliran sungai.

STUDI PUSTAKA

Konsep Penelusuran Banjir

Penelusuran banjir (*flood routing*) dapat ditafsirkan sebagai sesuatu prosedur matematika untuk menentukan/memperkirakan waktu serta besaran aliran banjir disuatu titik bersumber pada informasi yang diamati pada satu ataupun sebagian titik dibagian hulu. Dalam praktek ada 2 berbagai penelusuran ialah distribusi *flood routing* yang biasa diketahui sebagai hidrolika routing serta lumped *flood routing* yang biasa diketahui sebagai hidrologi routing. Perbedaannya merupakan kalau model *lumped flood routing*, aliran dihitung hanya terhadap waktu saja, sebaliknya model distribusi *flood routing*, aliran dihitung terhadap ruang serta waktu. Model distribusi *flood routing* menghitung debit aliran serta kedalaman sehingga model ini lebih mendekati pada keadaan nyata aliran tidak tunak dari luapan banjir pada sesuatu saluran [1]. Gambar 1. berikut mengilustrasikan penelusuran banjir pada penampang vertical saluran terbuka/sungai :



Gambar 1. Penampang vertical Sungai

Penelusuran banjir (*flood routing*) secara hidrolika bersandar pada tiga asumsi yakni : kerapatan airnya konstan, panjang sungai yang dipengaruhi oleh gelombang banjir lebih besar daripada kedalaman airnya, alirannya secara hakiki berdimensi satu. Gelombang banjir yang memenuhi asumsi ini disebut gelombang air dangkal (*shallow water wave*). Karena percepatan vertikal aliran diabaikan maka distribusi tekanan pada gelombang tersebut adalah hidrostatis.

Persamaan matematika secara hidrolika [2].

$$P = \frac{F}{A}$$

Dimana P adalah tekanan aliran (Pa), Gaya tekan aliran (N), A adalah luas permukaan tekanan aliran (m^2).

Persamaan Matematika secara hidrologi,

$$Q = \frac{V}{t}$$

Dimana Q adalah debit aliran (m^3/s), V adalah volume aliran (m^3), dan t adalah waktu lamanya aliran berlangsung (s).

Persamaan matematika secara hidrostatika,

$$P = P_0 + \rho gh$$

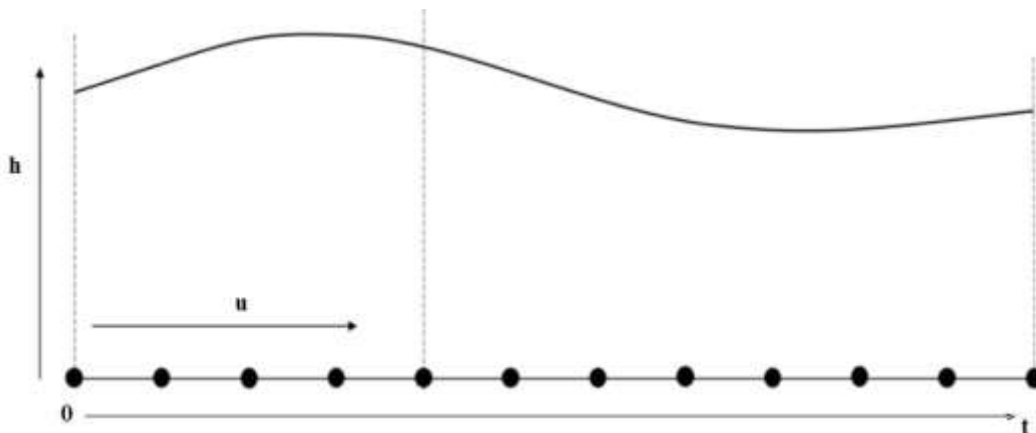
Dimana P adalah tekanan pada kedalaman h (Pa), P_0 adalah tekanan atmosfer pada permukaan fluida (Pa), ρ adalah massa jenis air (kg/m^3), g adalah gravitasi bumi = $9,8 m/s^2$, h adalah kedalaman air(m).

Diskritisasi

Pada persamaan model Saint Venant merupakan model dinamik deterministik waktu kontinu. Persamaan Saint Venant tersebut diubah menjadi bentuk model sistem dinamik waktu diskrit. Untuk memperoleh sistem persamaan waktu diskrit dapat menggunakan metode beda hingga maju untuk variabel keadaan yang turunannya terhadap waktu. Dan untuk variabel keadaan yang turunannya terhadap jarak menggunakan beda hingga pusat/tengah [3]. Perubahan ketinggian (kedalaman) aliran terhadap waktu $\frac{\partial h}{\partial t}$ dan perubahan kecepatan terhadap waktu $\frac{\partial u}{\partial t}$ pendekatan menggunakan beda maju:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta t}$$

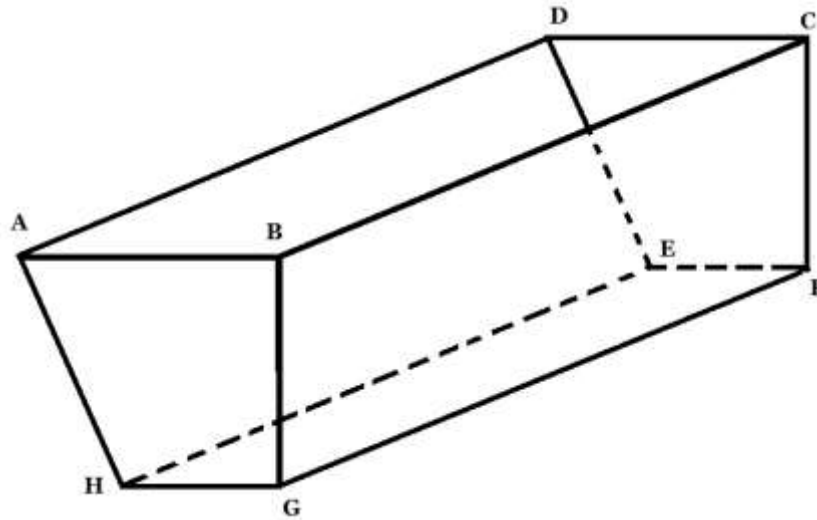
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta t}$$



Gambar 2. Bagan Diskritisasi Aliran Air pada Sungai

Pembentukan model matematika dengan melakukan pendiskritan terhadap ruang dan waktu dengan menggunakan beda hingga, setelah itu akan dibentuk *state space* dari model yang telah didiskrit.

Selanjutnya akan dilakukan implementasi sistem dengan menggunakan pendekatan bentuk matematika volume prisma trapesium.



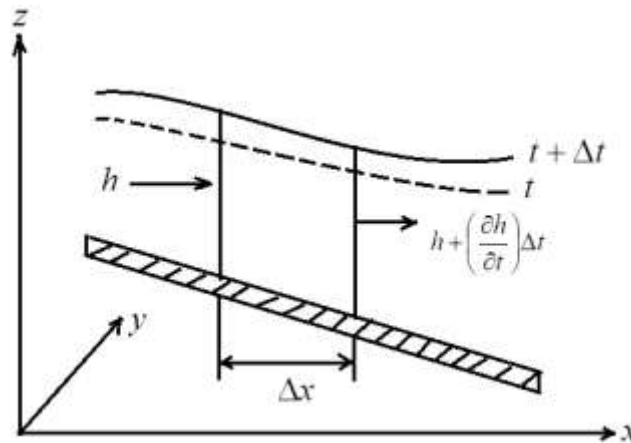
Gambar 3. Potongan bagian dimensi Sungai berbentuk volume prisma trapesium

Model Saint Venant

Persamaan Saint Venant yang terdiri dari dua persamaan dasar yaitu persamaan keseimbangan massa dan persamaan keseimbangan momentum, penurunannya dapat dilakukan secara geometris.

Persamaan Keseimbangan Massa

Penurunan persamaan keseimbangan massa mengikuti hukum kekekalan massa yaitu laju perubahan massa fluida persatuan waktu sama dengan laju bersih dari massa fluida tersebut.



Gambar 4. Keseimbangan Aliran Massa Fluida

Gambar 4 merupakan gambar yang menjelaskan dua hal yaitu perubahan massa fluida yang masuk ke dalam daerah sepanjang Δx dengan lebar Δy pada waktu Δt mengakibatkan perubahan ketinggian permukaan fluida dan perubahan massa fluida yang masuk pada waktu Δt sama dengan nilai rata-rata aliran massa yang masuk dan keluar pada daerah sepanjang Δx dengan lebar Δy . Perubahan massa fluida yang masuk dikurangi dengan massa fluida yang keluar sama dengan perubahan ketinggian permukaan fluida [4]. Persamaan keseimbangan massa,

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

Dimana B adalah lebar permukaan aliran (m), z adalah ketinggian permukaan aliran, dan Q adalah debit aliran (m^3/s).

Persamaan matematika untuk permasalahan penelusuran banjir dibangun berdasarkan fenomena-fenomena alam yang memenuhi hukum fisika yang sesuai. Model matematika dari permasalahan ini memenuhi hukum kekekalan massa dan hukum kekekalan momentum yang dibangun berdasarkan oleh persamaan skalar transport. Persamaan kontinuitas dan momentum, yang masing-masing dapat ditulis sebagai

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial X} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial h}{\partial x} + gA(S_f - S_o) = 0$$

di mana A adalah luas penampang basah, Q adalah debit, h adalah tinggi air, g adalah percepatan gravitasi, S_f adalah kemiringan gesek, S_o adalah kemiringan dasar kanal, x adalah koordinat longitudinal, dan t adalah waktu [5].

METODOLOGI

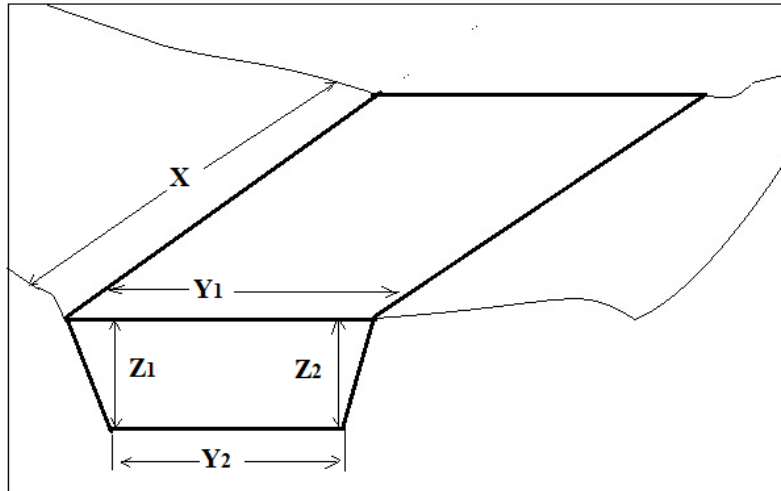
Diskritisasi merupakan proses kuantisasi sifat-sifat kontinu. Salah satu metode yang dapat memperkirakan bentuk diferensial kontinu menjadi bentuk diskrit ialah metode beda hingga. Sehingga dalam penelitian ini akan dilakukan proses diskritisasi pada model pembentukan volume. Potongan volume prisma berbentuk trapezium pada gambar 5. Pada daerah aliran sungai tertentu, mengalami banjir karena daya tampung volume sungai tidak mendukung, maka untuk mengatasi variable dimensi volume sungai diperbesar volumenya. Dasar berfikirnya bahwa hitungan debit aliran curah hujan yang menghasilkan volume air hujan harus dapat tertampung ke daya tampung sungai, maka berlaku volume air hujan samadengan volume daya tampung sungai. Pemodelan matematika untuk mendapatkan volume prisma berbentuk trapezium. Implementasi pemodelan matematika itu perlu didukung pengetahuan dasar fisika tentang fluida statis dan dinamis beserta mesin pompanya jika daerah volume genangan air hujan tersebut berada dibawah tanggul sungai.

Persamaan kontinuitas tentang debit aliran:

$$Q = \frac{V}{t}$$

$$Q = A \cdot u$$

Dimana V adalah volume aliran air hujan (m^3/s), t adalah lamanya curah hujan berlangsung (s), A adalah luas permukaan daerah aliran sungai (m^2), dan u adalah kecepatan aliran air hujan yang mengalir ke sungai (m/s).



Gambar 5. Potongan melintang volume sungai

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Dimana Z adalah kedalaman sungai dari permukaan ke dasar sungai (m), Y_1 adalah lebar sungai permukaan dan Y_2 adalah lebar dasar sungai (m), Y adalah lebar rata-rata sungai (m).

Luas Trapesium

$$A = ZY$$

Dimana A adalah luas penampang sungai (m^2), Volume prisma berbentuk trapezium:

$$V = AX$$

Jika dibuat diskrit, potongan prisma berbentuk trapezium adalah

$$V = \sum_{i=1}^n A_i X_i$$

Dari model matematika, konsep dasar fisika, dan mesin pompa air, maka diperoleh prinsip dasar bahwa volume genangan air hujan dapat diupayakan samadengan volume daya tampung sungai. Dengan demikian bencana banjir dapat teratasi.

PEMBAHASAN DAN ANALISA

Volume air hujan di wilayah lokasi dimana terdapat sungai mengalir kita hitung luas wilayahnya dikalikan tinggi curah hujannya. Hasil volume air hujan ini disalurkan ke sungai. Untuk itu harus dihitung pula volume daya tampung sungai. Panjang sungai dikalikan lebar sungai dikalikan kedalaman sungai adalah volume daya tampung sungai berdasarkan asumsi jika bentuk sungai didekati empat persegi panjang. Namun jika sungai diasumsikan berbentuk trapesium, maka volume daya tampungnya adalah luas penampang sungai dikalikan panjang sungai. Tinggi wilayah disekitar lokasi sungai berada juga diperhitungkan. Hal ini diperhitungkan untuk mengetahui apakah daerah aliran sungai berbentuk dataran atau daerah yang membentuk bidang miring. Sekiranya berbentuk bidang miring, maka volume air hujan dapat diperoleh dengan persamaan debit aliran.

Tabel 1. Jumlah Curah Hujan (mm), 2019-2023

No.	Kecamatan	2019		2020		2021		2022		2023	
		mm	hh	mm	hh	mm	hh	mm	hh	mm	hh
1	Salem	1909	115	3894	191	3301	157	6243	294	3351	171
2	Bantarkawung	1996	119	3071	174	3020	188	3421	180	1768	141
3	Bumiayu	1848	157	3488	221	2652	193	3080	284	1895	103
4	Paguyangan	4888	215	5381	217	4278	191	4850	223	2541	135
5	Sirampog	23106	172	3640	230	3194	222	3678	291	2859	198
6	Tonjong	1750	80	2789	172	2601	182	2515	224	1430	112
7	Larangan	3682	154	3260	152	2173	149	2614	169	1794	102
8	Ketanggungan	10847	1313	3605	156	3239	164	3489	193	2140	127
9	Banjarharjo	8203	408	3010	181	2905	65	2831	212	1562	132
10	Losari	5147	237	2891	134	1817	126	2307	148	1403	90
11	Tanjung	1281	84	2788	149	2090	145	2111	180	1245	102
12	Kersana	4076	219	1588	160	1297	140	1245	159	704	104
13	Bulakamba	5190	233	3487	153	2243	73	2302	164	1723	105
14	Wanasari	3288	175	2856	128	2081	127	1696	139	1285	98
15	Songgom	5297	346	3139	177	2504	186	2860	189	1685	117
16	Jatibarang	1909	93	3469	150	2253	158	2595	156	1956	95
17	Brebes	1404	68	2881	135	2251	138	2969	150	1339	85
	Jumlah	85821	4188	55237	2880	43899	2604	50806	3355	30680	2017

Volume air hujan di wilayah lokasi dimana terdapat sungai mengalir kita hitung luas wilayahnya dikalikan tinggi curah hujannya. Hasil volume air hujan ini disalurkan ke sungai. Untuk itu harus dihitung pula volume daya tampung sungai. Panjang sungai dikalikan lebar sungai dikalikan kedalaman sungai adalah volume daya tampung sungai berdasarkan asumsi jika bentuk sungai didekati empat persegi panjang. Namun jika sungai diasumsikan berbentuk trapesium, maka volume daya tampungnya adalah luas penampang sungai dikalikan panjang sungai. Tinggi wilayah disekitar lokasi sungai berada juga diperhitungkan. Hal ini diperhitungkan untuk mengetahui apakah daerah aliran sungai berbentuk dataran atau daerah yang membentuk bidang miring. Sekiranya berbentuk bidang miring, maka volume air hujan dapat diperoleh dengan persamaan debit aliran.

$$V = Q.t$$

$$Q = A.u$$

Dimana V adalah volume air hujan (m^3), Q adalah debit aliran (m^3/s), t adalah lamanya air hujan turun (s), A adalah luas wilayah lokasi sungai mengalir (m^2), u adalah kecepatan aliran air hujan yang jatuh dipermukaan daerah yang miring (m/s). Oleh karena kecepatan aliran hujan dipengaruhi bentuk dataran, maka nilai kecepatan aliran sungai dapat didekati dengan nilai kemiringan dataran wilayah dimana terdapat sungai mengalir.

Tabel 2. Debit Aliran Air Hujan Tahun 2023

No.	Kecamatan	Ketinggian Wilayah (m)	Luas Wilayah		2023		Debit Aliran Air Hujan (m ³ /s)
			km ²	m ²	mm	hh	
1	Salem	500	167,21	167210000	3351	171	17,77
2	Bantarkawung	161	208,18	208180000	1768	141	11,67
3	Bumiayu	162	82,09	82090000	1895	103	4,93
4	Paguyangan	342	108,17	108170000	2541	135	8,72
5	Sirampog	875	74,19	74190000	2859	198	6,73
6	Tonjong	175	86,55	86550000	1430	112	3,92
7	Larangan	23	160,25	160250000	1794	102	9,12
8	Ketanggungan	17	153,41	153410000	2140	127	10,41
9	Banjarharjo	22	161,75	161750000	1562	132	8,01
10	Losari	5	91,79	91790000	1403	90	4,08
11	Tanjung	3	72,09	72090000	1245	102	2,85
12	Kersana	1	26,97	26970000	704	104	0,60
13	Bulakamba	3	120,36	120360000	1723	105	6,58
14	Wanasari	1	75,34	75340000	1285	98	3,07
15	Songgom	5	52,65	52650000	1685	117	2,81
16	Jatibarang	5	36,39	36390000	1956	95	2,26
17	Brebes	3	92,23	92230000	1339	85	3,92
Jumlah				1769620000	30680	2017	1721,59

Pada table 2 debit aliran air hujan tahun 2023 di setiap kecamatan di Kabupaten Brebes dapat diketahui, kecepatan aliran air hujan didataran dapat dihitung.

$$u = \frac{Q}{A}$$

Dimana v adalah kecepatan aliran air hujan (m/s), Q adalah debit air hujan (m³/s), dan A adalah luas wilayah lokasi sungai berada (m²).

Pada tabel 3. Hubungan panjang (X), lebar (Y), kedalaman (Z) Sungai Pemali dengan lokasi wilayah yang dilalui, pada tahun 2023 mendapat volume air hujan sebesar 1.369.361.320 m³. Oleh karena besarnya volume air hujan tersebut agar tertampung dalam Sungai Pemali, maka kita mengupayakan volume air hujan yang jatuh di lokasi wilayah Sungai Pemali harus dapat disalurkan dan tertampung baik dalam Sungai Pemali. Untuk itu, secara matematika, volume air hujan yang jatuh di wilayah sungai Pemali harus sama dengan volume daya tampung sungai Pemali.

Tabel 3. Menentukan Volume Sungai Pemali

No.	Nama Sungai	Lokasi	Ketinggi Wilayah	Panjang Sungai (m)	Volume (m ³)	Luas Wilayah (m ²)	Curah Hujan (mm)	Volume (m ³)	Volume (m ³)
1	Kaligangsa	Kec. Brebes	3	30000	30000YZ	92230000	1339	123495970	123495970
2	Pemali	Paguyangan	342	125000	125000YZ	108170000	2541	274859970	1369361320
		Bumiayu	162			82090000	1895	155560550	
		Bantarkawung	161			208180000	1768	368062240	
		Larangan	23			160250000	1794	287488500	
		Jatibarang	5			36390000	1956	71178840	
		Songgom	5			52650000	1685	88715250	
		Kec. Brebes	3			92230000	1339	123495970	

Karena data sungai Pemali yang didapat hanya panjang sungainya (X) sedangkan lebar (Y) dan kedalaman sungai Pemali (Z) belum didapat, diperoleh persamaan matematika berdasarkan volume air hujan sama dengan volume daya tampung sungai Pemali.

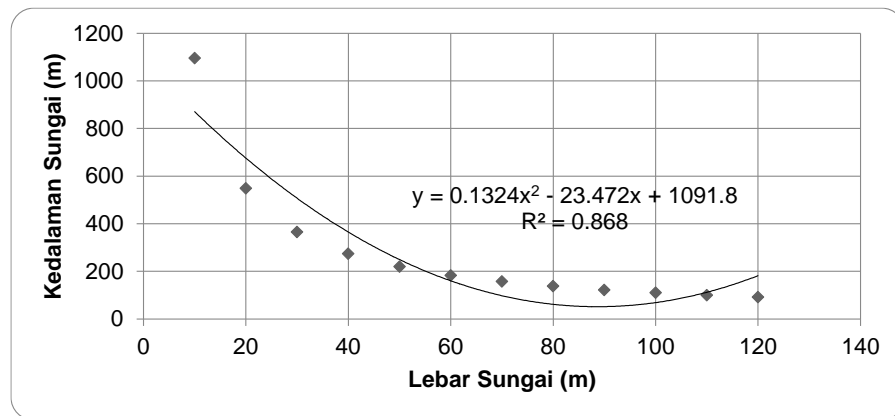
$$Y = \frac{10955}{Z}$$

Dari persamaan tersebut di atas dibuat grafik gambar 1 untuk mendapatkan persamaan kurva:

$$y = 0,1324x^2 - 23,472x + 1091,8$$

dimana y menyatakan kedalaman sungai Pemali (m) dan x menyatakan lebar sungai Pemali (m). Fungsi ini menggambarkan solusi yang ditawarkan untuk mengatasi banjir air hujan dengan memperhatikan, menghitung dan menyesuaikan volume air hujan yang turun di lokasi wilayah yang dilintasi sungai.

No	Y (m)	Z (m)
1	10	1096
2	20	548
3	30	365
4	40	274
5	50	219
6	60	183
7	70	157
8	80	137
9	90	122
10	100	110
11	110	100
12	120	91



Gambar 6. Grafik Penentuan Daya Tampung Sungai terhadap Volume Air Hujan

Untuk mendapatkan lebar (Y) dan kedalaman (Z) optimal, maka fungsi yang didapat $Z = 0,1324Y^2 - 23,472Y + 1091,8$ diturunkan terhadap lebar sungai (Y).

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0,2648Y - 23,472$$

Dalam hal ini untuk mendapat nilai Y dan Z yang optimal, maka $\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ sehingga diperoleh nilai lebar optimal

$$Y = \frac{23,472}{0,2648} = 88,6405m \approx 88,6m$$

$$Z = 0,1324.(88,6405)^2 - 23,472.(88,6405) + 1091,8 = 1.040,2851 - 2.080,5698 + 1091,8$$

$$Z = 51,5153 m \approx 51,5 m$$

KESIMPULAN

- (1) Untuk mengatasi banjir akibat air hujan yang tinggi tahun 2023 yang terjadi di daerah aliran sungai Pemali, maka lebar sungai menjadi 88,6 m dan kedalaman sungai rata-rata menjadi 51,5 m.
- (2) Daerah sekitar aliran sungai Pemali yang kanan dan kirinya padat penduduknya, jelas akan mengalami kesulitan pelebaran sungai. Sebagai pegantinya daerah aliran sungai Pemali yang tidak padat penduduk atau tidak ada penduduknya dapat di perlebar menjadi dua kalinya atau lebih.
- (3) Daerah aliran Sungai Pemali yang terletak di dataran rendah, dapat memodifikasi parameter kedalaman sungai (Z) dan lebar sungai (Y) sehingga secara keseluruhan memenuhi volume daya tampung sungai akibat curah hujan yang tinggi.

REFERENSI

- [1] B. Widodo and J. Matematika, "PENYELESAIAN MODEL MATEMATIKA PENELUSURAN BANJIR LANDASAN TEORI Konsep Penelusuran Banjir Metode Volume Hingga," pp. 77–84, 2011.
- [2] Soebyakto, *Fisika Universitas Mekanika Klasik*, Pertama. Tegal: Penerbit Universita Pancasakti Tegal, 2019. [Online]. Available: <https://drive.google.com/file/d/1CB38s3bvHvaccjcJVgsBardRTS8kdszk/view?usp=sharing>
- [3] R. D. PALUPI, *ESTIMASI KETINGGIAN, DEBIT DAN KECEPATAN ALIRAN SUNGAI PADA MODEL SHALLOW WATER DENGAN MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER*, no. April. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2017. [Online]. Available: <http://repository.its.ac.id/id/eprint/46406>
- [4] T. Yulianto, R. Amalia, J. Matematika, K. Kunci, M. Beda Hingga, and P. Kontinuitas, "Penerapan Metode Beda Hingga pada Model Matematika Aliran Banjir dari Persamaan Saint Venant," 2016.
- [5] B. A. Sulistyono and S. Widodo, "Simulasi Numerik Penelusuran Aliran di Kanal Menggunakan Persamaan Saint-Venant," *Limits J. Math. Its Appl.*, vol. 20, no. 2, p. 231, Jul. 2023, doi: 10.12962/limits.v20i2.15651.